



海豚AI学



中考数学

专题学习资料

函数

目录

001 函数

001 一、一次函数

008 二、二次函数（基础）

017 三、反比例函数（基础）

023 答案解析

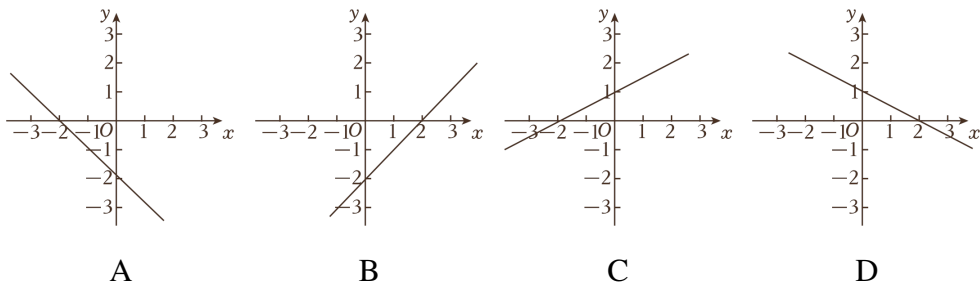
函数

目 一、一次函数

1. (2024 湖南长沙中考) 对于一次函数 $y = 2x - 1$, 下列结论正确的是 ()

- A. 它的图象与 y 轴交于点 $(0, -1)$
- B. y 随 x 的增大而减小
- C. 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $y < 0$
- D. 它的图象经过第一、二、三象限

2. (2024 广东中考) 已知不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < 2$, 则一次函数 $y = kx + b$ 的图象大致是 ()

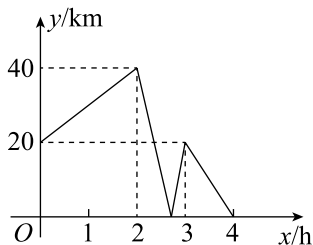


3. (2024 山西中考) 生物学研究表明, 某种蛇在一定生长阶段, 其体长 $y(\text{cm})$ 是尾长 $x(\text{cm})$ 的一次函数, 部分数据如下表所示, 则 y 与 x 之间的关系式为 ()

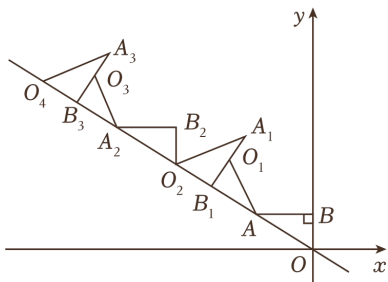
尾长 (cm)	6	8	10
体长 $y(\text{cm})$	45.5	60.5	75.5

- A. $y = 7.5x + 0.5$
 - B. $y = 7.5x - 0.5$
 - C. $y = 15x$
 - D. $y = 15x + 45.5$
4. (2024 南充中考) 当 $2 \leq x \leq 5$ 时, 一次函数 $y = (m + 1)x + m^2 + 1$ 有最大值 6, 则实数 m 的值 ()
- A. -3 或 0
 - B. 0 或 1
 - C. -5 或 -3
 - D. -5 或 1

5. (2024 威海中考) 同一条公路连接 A, B, C 三地, B 地在 A, C 两地之间. 甲、乙两车分别从 A 地、 B 地同时出发前往 C 地. 甲车速度始终保持不变, 乙车中途休息一段时间, 继续行驶. 如图表示甲、乙两车之间的距离 $y(\text{km})$ 与时间 $x(\text{h})$ 的函数关系. 下列结论正确的是 ()

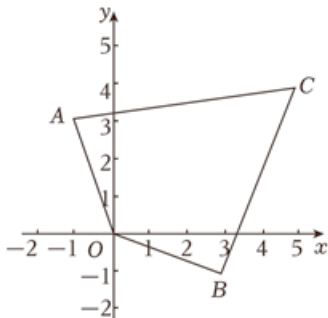


- A. 甲车行驶 $\frac{8}{3}h$ 与乙车相遇 B. A, C 两地相距 220 km
C. 甲车的速度是 70 km/h D. 乙车中途休息 36 分钟
6. (2024 内江中考) 如图, 在平面直角坐标系中, $AB \perp y$ 轴, 垂足为点 B , 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AB_1O_1$ 的位置, 使点 B 的对应点 B_1 落在直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 上, 再将 $\triangle AB_1O_1$ 绕点 B_1 逆时针旋转到 $\triangle A_1B_1O_2$ 的位置, 使点 O_1 的对应点 O_2 也落在直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 上, 如此下去, \dots , 若点 B 的坐标为 $(0, 3)$, 则点 B_{37} 的坐标为 ()

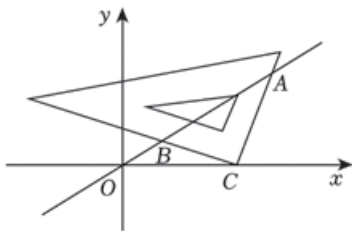


- A. $(180, 135)$ B. $(180, 133)$ C. $(-180, 135)$ D. $(-180, 133)$

7. (2024 苏州中考) 直线 $l_1: y = x - 1$ 与 x 轴交于点 A , 将直线 l_1 绕点 A 逆时针旋转 15° , 得到直线 l_2 , 则直线 l_2 对应的函数表达式是_____.
8. (2024 山东滨州中考) 如图, 四边形 $AOBC$ 四个顶点的坐标分别是 $A(-1, 3)$, $O(0, 0)$, $B(3, -1)$, $C(5, 4)$, 在该平面内找一点 P , 使它到四个顶点的距离之和 $PA + PO + PB + PC$ 最小, 则 P 点坐标为_____.



9. (2024 南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(3, 0)$, $B(0, 3)$. 直线 $y = kx + b$ (k, b 为常数, 且 $k > 0$) 经过点 $(1, 0)$, 并把 $\triangle AOB$ 分成两部分, 其中靠近原点部分的面积为 $\frac{15}{4}$, 则 k 的值为_____.
10. (2024 宿迁中考) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在直线 $y = \frac{3}{4}x$ 上, 且点 A 的横坐标为 4, 直角三角板的直角顶点 C 落在 x 轴上, 一条直角边经过点 A , 另一条直角边与直线 OA 交于点 B , 当点 C 在 x 轴上移动时, 线段 AB 的最小值为_____.



11. (2024 绥化中考) 为了响应国家提倡的“节能环保”号召, 某共享电动车公司准备投入资金购买 A、B 两种电动车. 若购买 A 种电动车 25 辆、B 种电动车 80 辆, 需投入资金 30.5 万元; 若购买 A 种电动车 60 辆、B 种电动车 120 辆, 需投入资金 48 万元. 已知这两种电动车的单价不变.

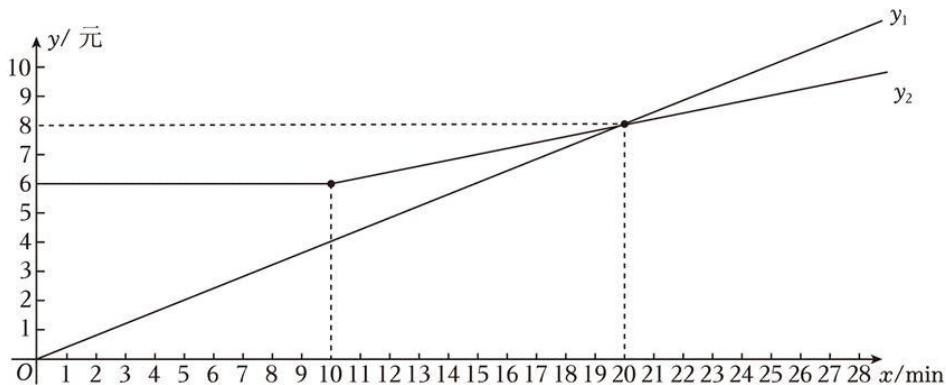
(1) 求 A、B 两种电动车的单价分别是多少元?

(2) 为适应共享电动车出行市场需求, 该公司计划购买 A、B 两种电动车 200 辆, 其中 A 种电动车的数量不多于 B 种电动车数量的一半. 当购买 A 种电动车多少辆时, 所需的总费用最少, 最少费用是多少元?

(3) 该公司将购买的 A、B 两种电动车投放到出行市场后, 发现消费者支付费用 y 元与骑行时间 x min 之间的对应关系如图. 其中 A 种电动车支付费用对应的函数为 y_1 ; B 种电动车支付费用是 10 min 之内, 起步价 6 元, 对应的函数为 y_2 . 请根据函数图象信息解决下列问题.

①小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班. 已知两种电动车的平均行驶速度均为 300 m/min (每次骑行均按平均速度行驶, 其它因素忽略不计), 小刘家到公司的距离为 8 km, 那么小刘选择_____种电动车更省钱 (填写 A 或 B).

②直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时, x 的值_____.



12. (2024 内蒙古呼伦贝尔、兴安盟中考) 某超市从某水果种植基地购进甲、乙两种优质水果, 经调查, 这两种水果的进价和售价如下表所示:

水果种类	进价(元/千克)	售价(元/千克)
甲	a	22
乙	b	25

该超市购进甲种水果 18 千克和乙种水果 6 千克需 366 元; 购进甲种水果 30 千克和乙种水果 15 千克需 705 元.

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 该超市决定每天购进甲、乙两种水果共 150 千克进行销售, 其中甲种水果的数量不少于 50 千克, 且不大于 120 千克. 实际销售时, 若甲种水果超过 80 千克, 则超过部分按每千克降价 5 元销售. 求超市当天销售完这两种水果获得的利润 y (元) 与购进甲种水果的数量 x (千克) 之间的函数关系式 (写出自变量 x 的取值范围), 并求出在获得最大利润时, 超市的进货方案以及最大利润.

13. (2024 吉林中考) 综合与实践

某班同学分三个小组进行“板凳中的数学”的项目式学习研究. 第一小组负责调查板凳的历史及结构特点; 第二小组负责研究板凳中蕴含的数学知识; 第三小组负责汇报和交流. 下面是第三小组汇报的部分内容, 请你阅读相关信息, 并解答“建立模型”中的问题.

【背景调查】

图①中的板凳又叫“四脚八叉凳”, 是中国传统家具, 其榫卯结构体现了

古人含蓄内敛的审美观. 榫眼的设计很有讲究, 木工一般用铅笔画出凳面的对称轴, 以对称轴为基准向两边各取相同的长度, 确定榫眼的位置, 如图②所示. 板凳的结构设计体现了数学的对称美.

【收集数据】

小组收集了一些板凳并进行了测量. 设以对称轴为基准向两边各取相同的长度为 x mm, 凳面的宽度为 y mm, 记录如下:

以对称轴为基准向两边各取相同的长度 x /mm	16.5	19.8	23.1	26.4	29.7
凳面的宽度 y /mm	115.5	132	148.5	165	181.5

【分析数据】

如图③, 小组根据表中 x , y 的数值, 在平面直角坐标系中描出了各点.

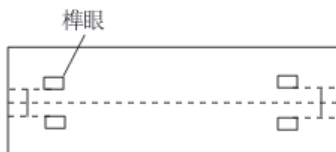
【建立模型】

请你帮助小组解决下列问题:

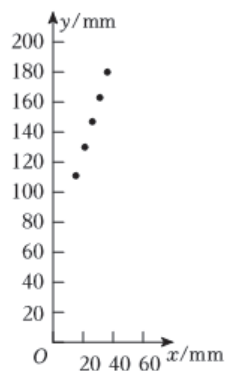
- 观察上述各点的分布规律, 它们是否在同一条直线上? 如果在同一条直线上, 求出这条直线所对应的函数解析式; 如果不在同一条直线上, 说明理由.
- 当凳面宽度为 213 mm 时, 以对称轴为基准向两边各取相同的长度是多少?



图①



图②



图③

14. (2024 河北中考) 某公司为提高员工的专业能力, 定期对员工进行技能测试. 考虑多种因素影响, 需将测试的原始成绩 x (分) 换算为报告成绩 y (分). 已知原始成绩满分 150 分, 报告成绩满分 100 分, 换算规则如下:

$$\text{当 } 0 \leq x < p \text{ 时, } y = \frac{80x}{p};$$

$$\text{当 } p \leq x \leq 150 \text{ 时, } y = \frac{20(x-p)}{150-p} + 80.$$

(其中 p 是小于 150 的常数, 是原始成绩的合格分数线, 80 是报告成绩的合格分数线) 公司规定报告成绩为 80 分及 80 分以上 (即原始成绩为 p 及 p 以上) 为合格.

(1) 甲、乙的原始成绩分别为 95 分和 130 分, 若 $p = 100$, 求甲、乙的报告成绩;

(2) 丙、丁的报告成绩分别为 92 分和 64 分, 若丙的原始成绩比丁的原始成绩高 40 分, 请推算 p 的值;

(3) 下表是该公司 100 名员工某次测试的原始成绩统计表:

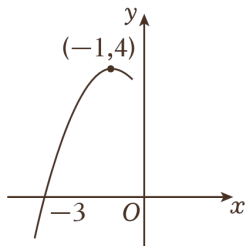
原始成绩 (分)	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
人数	1	2	2	5	8	10	7	16	20	15	9	5

①直接写出这 100 名员工原始成绩的中位数;

②若①中的中位数换算成报告成绩为 90 分, 直接写出该公司此次测试的合格率.

二、二次函数（基础）

- (2024 南通) 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向右平移 3 个单位后得到新抛物线的顶点坐标为 ()
 A. $(-4, -1)$ B. $(-4, 2)$ C. $(2, 1)$ D. $(2, -2)$
- (2024 乐山中考) 已知二次函数 $y = x^2 - 2x (-1 \leq x \leq t - 1)$, 当 $x = -1$ 时, 函数取得最大值; 当 $x = 1$ 时, 函数取得最小值, 则 t 的取值范围是 ()
 A. $0 < t \leq 2$ B. $0 < t \leq 4$ C. $2 \leq t \leq 4$ D. $t \geq 2$
- (2024 泸州中考) 已知二次函数 $y = ax^2 + (2a - 3)x + a - 1$ (x 是自变量) 的图象经过第一、二、四象限, 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $1 \leq a < \frac{9}{8}$ B. $0 < a < \frac{3}{2}$ C. $0 < a < \frac{9}{8}$ D. $1 \leq a < \frac{3}{2}$
- (2024 眉山中考) 定义运算: $a \otimes b = (a + 2b)(a - b)$, 例如 $4 \otimes 3 = (4 + 2 \times 3)(4 - 3)$, 则函数 $y = (x + 1) \otimes 2$ 的最小值为 ()
 A. -21 B. -9 C. -7 D. -5
- (2024 四川达州中考) 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于两点, 其中一个交点的横坐标大于 1, 另一个交点的横坐标小于 1, 则下列结论正确的是 ()
 A. $b + c > 1$ B. $b = 2$ C. $b^2 + 4c < 0$ D. $c < 0$
- (2024 贵州中考) 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象与 x 轴的一个交点的横坐标是 -3 , 顶点坐标为 $(-1, 4)$, 则下列说法正确的是 ()

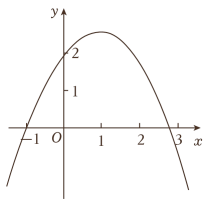


- A. 二次函数图象的对称轴是直线 $x = 1$

- B. 二次函数图象与 x 轴的另一个交点的横坐标是 2
 C. 当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而减小
 D. 二次函数图象与 y 轴的交点的纵坐标是 3

7. (2024 齐齐哈尔中考) 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + 2 (a \neq 0)$ 的图象与 x 轴交于 $(-1, 0)$, $(x_1, 0)$, 其中 $2 < x_1 < 3$. 结合图象给出下列结论:

- ① $ab > 0$;
 ② $a - b = -2$;
 ③ 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小;
 ④ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 2 = 0 (a \neq 0)$ 的另一个根是 $-\frac{2}{a}$;
 ⑤ b 的取值范围为 $1 < b < \frac{4}{3}$. 其中正确结论的个数是 ()

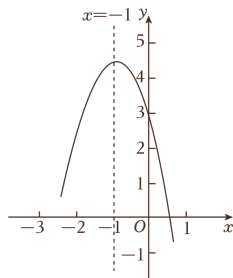


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. (2024 绥化中考) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的部分图象如图所示, 对称轴为直线 $x = -1$, 则下列结论中:

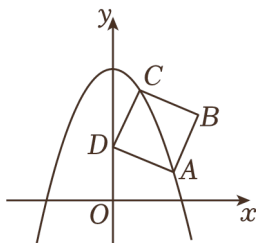
- ① $\frac{b}{c} > 0$;
 ② $am^2 + bm \leq a - b$ (m 为任意实数);
 ③ $3a + c < 1$;
 ④ 若 $M(x_1, y)$ 、 $N(x_2, y)$ 是抛物线上不同的两个点, 则 $x_1 + x_2 \leq -3$.

其中正确的结论有 ()

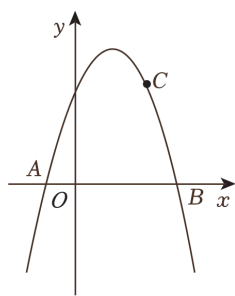


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. (2024 内蒙古赤峰中考) 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A, C 在抛物线 $y = -x^2 + 4$ 上, 点 D 在 y 轴上. 若 A, C 两点的横坐标分别为 $m, n (m > n > 0)$, 下列结论正确的是 ()



- A. $m + n = 1$ B. $m - n = 1$ C. $m = 1$ D. $\frac{m}{n} = 1$
10. (2024 牡丹江中考) 将抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 向下平移 5 个单位长度后, 经过点 $(-2, 4)$, 则 $6a - 3b - 7 = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. (2024 宁夏中考) 若二次函数 $y = 2x^2 - x + m$ 的图象与 x 轴有交点, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. (2024 辽宁中考) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴相交于点 A, B , 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 若点 $C(2, 3)$ 在抛物线上, 则 AB 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



13. (2024 山东泰安中考) 如图, 小明的父亲想用长为 60 米的栅栏, 再借助房屋的外墙围成一个矩形的菜园. 已知房屋外墙长 40 米, 则可围成的菜园的最大面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方米.



14. (2024 甘肃中考) 如图 1 为一汽车停车棚, 其棚顶的横截面可以看作是抛物线的一部分, 如图 2 是棚顶的竖直高度 y (单位: m) 与距离停车棚支柱 AO 的水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = -0.02x^2 + 0.3x + 1.6$ 的图象, 点 $B(6, 2.68)$ 在图象上. 若一辆箱式货车需在停车棚下避雨, 货车截面看作长 $CD = 4$ m, 高 $DE = 1.8$ m 的矩形, 则可判定货车____完全停到车棚内 (填“能”或“不能”).



图 1

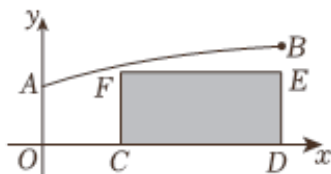
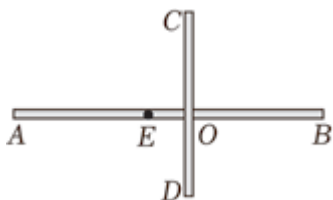


图 2

15. (2024 自贡中考) 九 (1) 班劳动实践基地内有一块面积足够大的平整空地, 地上两段围墙 $AB \perp CD$ 于点 O (如图), 其中 AB 上的 EO 段围墙空缺. 同学们测得 $AE = 6.6$ m, $OE = 1.4$ m, $OB = 6$ m, $OC = 5$ m, $OD = 3$ m, 班长买来可切断的围栏 16 m, 准备利用已有围墙, 围出一块封闭的矩形菜地, 则该菜地最大面积是____ m^2 .



16. (2024 大庆中考) “尔滨”火了, 带动了黑龙江省的经济发展, 农副产品也随之畅销全国. 某村民在网上直播推销某种农副产品, 在试销售的 30 天中, 第 x 天 ($1 \leq x \leq 30$ 且 x 为整数) 的售价为 y (元/千克), 当 $1 \leq x \leq 20$ 时, $y = kx + b$; 当 $20 < x \leq 30$ 时, $y = 15$. 销量 z (千克) 与 x 的函数关系式为 $z = x + 10$, 已知该产品第 10 天的售价为 20 元/千克, 第 15 天的售价为 15 元/千克, 设第 x 天的销售额为 M (元).

- (1) $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 写出第 x 天的销售额 M 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 求在试销售的 30 天中, 共有多少天销售额超过 500 元?

17. (2024 山东潍坊中考) 在光伏发电系统运行时, 太阳能板 (如图 1) 与水平地面的夹角会对太阳辐射接收产生直接影响. 某地区工作人员对日平均太阳辐射量 y (单位: $\text{kW} \cdot \text{h} \cdot 10^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{d}^{-1}$) 和太阳能板与水平地面的夹角 x° ($0 \leq x \leq 90$) 进行统计, 绘制了如图 2 所示的散点图, 已知该散点图可用二次函数刻画.

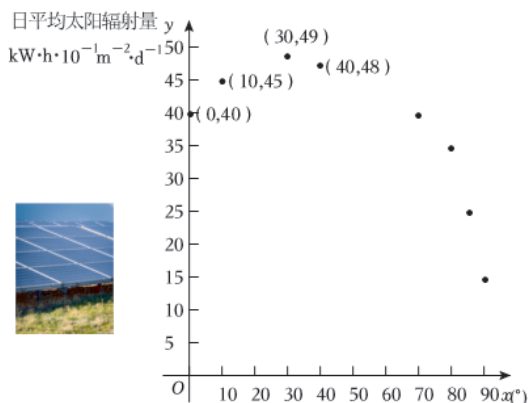


图1

图2

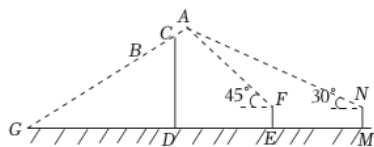


图3

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式;
- (2) 该地区太阳能板与水平地面的夹角为多少度时, 日平均太阳辐射量最大?
- (3) 图 3 是该地区太阳能板安装后的示意图 (此时, 太阳能板与水平地面的夹角使得日平均太阳辐射量最大), $\angle AGD$ 为太阳能板 AB 与水平地面 GD 的夹角, CD 为支撑杆. 已知 $AB = 2$ m, C 是 AB 的中点, $CD \perp GD$. 在 GD 延长线上选取一点 M , 在 D, M 两点间选取一点 E , 测得 $EM = 4$ m, 在 M, E 两点处分别用测角仪测得太阳能板顶端 A 的仰角为 $30^\circ, 45^\circ$, 该测角仪支架的高为 1 m. 求支撑杆 CD 的长. (精确到 0.1 m, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$)

18. (2024 年盐城中考) 请根据以下素材, 完成探究任务.

制定加工方案			
生产背景	背景 1	◆某民族服装厂安排 70 名工人加工一批夏季服装, 有“风”“雅”“正”三种样式. ◆因工艺需要, 每位工人每天可加工且只能加工“风”服装 2 件, 或“雅”服装 1 件, 或“正”服装 1 件. ◆要求全厂每天加工“雅”服装至少 10 件, “正”服装总件数和“风”服装相等.	
	背景 2	每天加工的服装都能销售出去, 扣除各种成本, 服装厂的获利情况为: ①“风”服装: 24 元/件; ②“正”服装: 48 元/件; ③“雅”服装: 当每天加工 10 件时, 每件获利 100 元; 如果每天多加工 1 件, 那么平均每件获利将减少 2 元.	
信息整理	现安排 x 名工人加工“雅”服装, y 名工人加工“风”服装, 列表如下:		
	服装种类	加工人数 (人)	每人每天加工量 (件)
	风	y	2
	雅	x	1
	正		1
			48
探究任务	任务 1	探寻变量关系	求 x 、 y 之间的数量关系.
	任务 2	建立数学模型	设该工厂每天的总利润为 w 元, 求 w 关于 x 的函数表达式.
	任务 3	拟定加工方案	制定使每天总利润最大的加工方案.

19. (2024 内蒙古赤峰中考) 如图, 是某公园的一种水上娱乐项目. 数学兴趣小组对该项目中的数学问题进行了深入研究. 下面是该小组绘制的水滑道截面图, 如图 1, 人从点 A 处沿水滑道下滑至点 B 处腾空飞出后落入水池. 以地面所在的水平线为 x 轴, 过腾空点 B 与 x 轴垂直的直线为 y 轴, O 为坐标原点, 建立平面直角坐标系. 他们把水滑道和人腾空飞出后经过的路径都近似看作是抛物线的一部分. 根据测量和调查得到的数据和信息, 设计了以下三个问题, 请你解决.

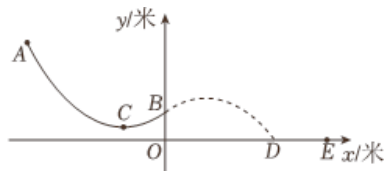


图1

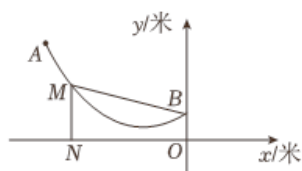


图2

- (1) 如图 1, 点 B 与地面的距离为 2 米, 水滑道最低点 C 与地面的距离为 $\frac{7}{8}$ 米, 点 C 到点 B 的水平距离为 3 米, 则水滑道 ACB 所在抛物线的解析式为 _____;
- (2) 如图 1, 腾空点 B 与对面水池边缘的水平距离 $OE = 12$ 米, 人腾空后的落点 D 与水池边缘的安全距离 DE 不少于 3 米. 若某人腾空后的路径形成的抛物线 BD 恰好与抛物线 ACB 关于点 B 成中心对称.
- ①请直接写出此人腾空后的最大高度和抛物线 BD 的解析式;
- ②此人腾空飞出后的落点 D 是否在安全范围内? 请说明理由 (水面与地面之间的高度差忽略不计);
- (3) 为消除安全隐患, 公园计划对水滑道进行加固. 如图 2, 水滑道已经有两条加固钢架, 一条是水滑道距地面 4 米的点 M 处竖直支撑的钢架 MN , 另一条是点 M 与点 B 之间连接支撑的钢架 BM . 现在需要在水滑道下方加固一条支撑钢架, 为了美观, 要求这条钢架与 BM 平行, 且与水滑道有唯一公共点, 一端固定在钢架 MN 上, 另一端固定在地面上. 请你计算出这条钢架的长度 (结果保留根号).

20. (2024 山西中考) 综合与实践

问题情境: 如图 1, 矩形 $MNKL$ 是学校花园的示意图, 其中一个花坛的轮廓可近似看成由抛物线的一部分与线段 AB 组成的封闭图形, 点 A, B 在矩形的边 MN 上. 现要对该花坛内种植区域进行划分, 以种植不同花卉, 学校面向全体同学征集设计方案.

方案设计: 如图 2, $AB = 6$ 米, AB 的垂直平分线与抛物线交于点 P , 与 AB 交于点 O , 点 P 是抛物线的顶点, 且 $PO = 9$ 米. 欣欣设计的方案如下: 第一步: 在线段 OP 上确定点 C , 使 $\angle ACB = 90^\circ$, 用篱笆沿线段 AC, BC 分隔出 $\triangle ABC$ 区域, 种植串串红;

第二步: 在线段 CP 上取点 F (不与 C, P 重合), 过点 F 作 AB 的平行线, 交抛物线于点 D, E . 用篱笆沿 DE, CF 将线段 AC, BC 与抛物线围成的区域分隔成三部分, 分别种植不同花色的月季.

方案实施: 学校采用了欣欣的方案, 在完成第一步 $\triangle ABC$ 区域的分隔后, 发现仅剩 6 米篱笆材料. 若要在第二步分隔中恰好用完 6 米材料, 需确定 DE 与 CF 的长. 为此, 欣欣在图 2 中以 AB 所在直线为 x 轴, OP 所在直线为 y 轴建立平面直角坐标系. 请按照她的方法解决问题:

- (1) 在图 2 中画出坐标系, 并求抛物线的函数表达式;
- (2) 求 6 米材料恰好用完时 DE 与 CF 的长;
- (3) 种植区域分隔完成后, 欣欣又想用灯带对该花坛进行装饰, 计划将灯带围成一个矩形. 她尝试借助图 2 设计矩形四个顶点的位置, 其中两个顶点在抛物线上, 另外两个顶点分别在线段 AC, BC 上. 直接写出符合设计要求的矩形周长的最大值.

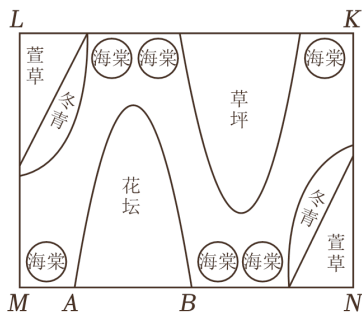


图1

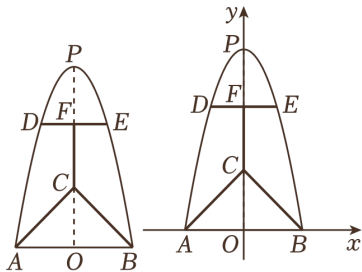
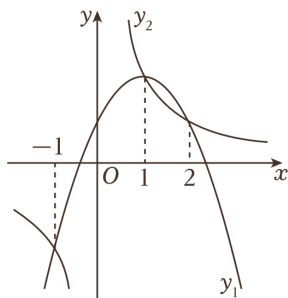


图2

图3

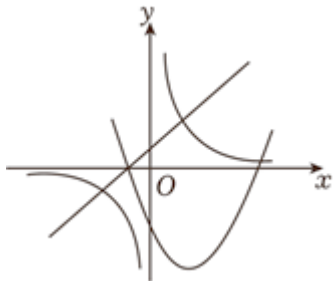
三、反比例函数 (基础)

- (2024 安徽中考) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与一次函数 $y = 2 - x$ 的图象的一个交点的横坐标为 3, 则 k 的值为 ()
 A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
- (2024 河北中考) 节能环保已成为人们的共识. 淇淇家计划购买 500 度电, 若平均每天用电 x 度, 则能使用 y 天. 下列说法错误的是 ()
 A. 若 $x = 5$, 则 $y = 100$ B. 若 $y = 125$, 则 $x = 4$
 C. 若 x 减小, 则 y 也减小 D. 若 x 减小一半, 则 y 增大一倍
- (2024 广东广州中考) 函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示, 当 () 时, y_1, y_2 均随着 x 的增大而减小.

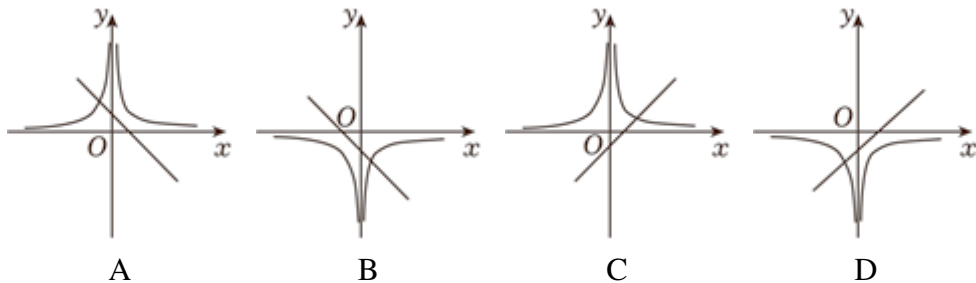


- $x < -1$
 - $-1 < x < 0$
 - $0 < x < 2$
 - $x > 1$
- (2024 山东滨州中考) 点 $M(x_1, y_1)$ 和点 $N(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k^2 - 2k + 3}{x}$ (k 为常数) 的图象上, 若 $x_1 < 0 < x_2$, 则 $y_1, y_2, 0$ 的大小关系为 ()
 A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $y_1 > y_2 > 0$
 C. $y_1 < 0 < y_2$ D. $y_1 > 0 > y_2$

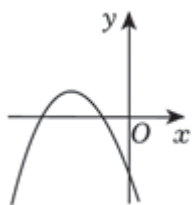
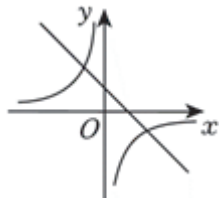
5. (2024 自贡中考) 一次函数 $y = x - 2n + 4$, 二次函数 $y = x^2 + (n - 1)x - 3$, 反比例函数 $y = \frac{n + 1}{x}$ 在同一直角坐标系中图象如图所示, 则 n 的取值范围是 ()



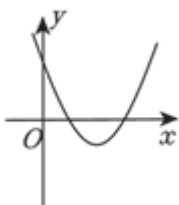
- A. $n > -1$ B. $n > 2$ C. $-1 < n < 1$ D. $1 < n < 2$
6. (2024 浙江中考) 反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上有 $P(t, y_1)$, $Q(t + 4, y_2)$ 两点. 下列正确的选项是 ()
- A. 当 $t < -4$ 时, $y_2 < y_1 < 0$ B. 当 $-4 < t < 0$ 时, $y_2 < y_1 < 0$
- C. 当 $-4 < t < 0$ 时, $0 < y_1 < y_2$ D. 当 $t > 0$ 时, $0 < y_1 < y_2$
7. (2024 大庆中考) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = kx - k (k \neq 0)$ 与 $y = \frac{k}{|x|}$ 的大致图象为 ()



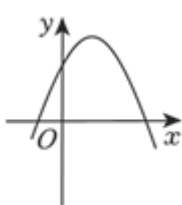
8. (2024 呼和浩特中考) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = ax - b (a \neq 0)$ 和 $y = \frac{-c}{x} (c \neq 0)$ 的图象大致如图所示, 则函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象大致为 ()



A



B

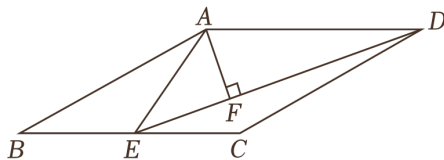


C



D

9. (2024 湖南长沙中考) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 30^\circ$, 点 E 是 BC 边上的动点, 连接 AE , DE , 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F . 设 $DE = x$, $AF = y$, 则 y 与 x 之间的函数解析式为 (不考虑自变量 x 的取值范围) ()



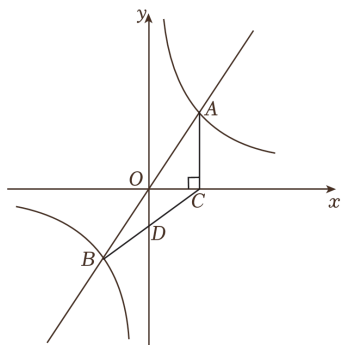
A. $y = \frac{9}{x}$

B. $y = \frac{12}{x}$

C. $y = \frac{18}{x}$

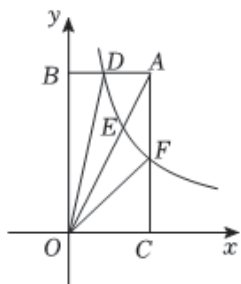
D. $y = \frac{36}{x}$

10. (2024 新疆中考) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = kx (k > 0)$ 与双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 交于 A, B 两点, $AC \perp x$ 轴于点 C , 连接 BC 交 y 轴于点 D , 结合图象判断下列结论: ① 点 A 与点 B 关于原点对称; ② 点 D 是 BC 的中点; ③ 在 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上任取点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$, 如果 $y_1 > y_2$, 那么 $x_1 > x_2$; ④ $S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}$. 其中正确结论的个数是 ()



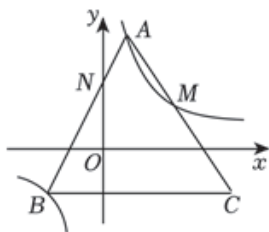
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. (2024 牡丹江中考) 矩形 $OBAC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 AB 边交于点 D , 与 AC 边交于点 F , 与 OA 交于点 E , $OE = 2AE$, 若四边形 $ODAF$ 的面积为 2, 则 k 的值是 ()



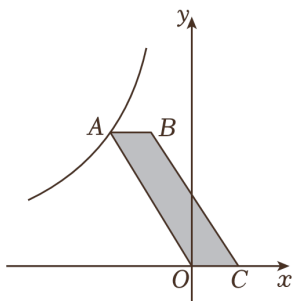
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{8}{5}$

12. (2024 宜宾中考) 如图, 等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 A 、 B 及 AC 的中点 M , $BC \parallel x$ 轴, AB 与 y 轴交于点 N . 则 $\frac{AN}{AB}$ 的值为 ()

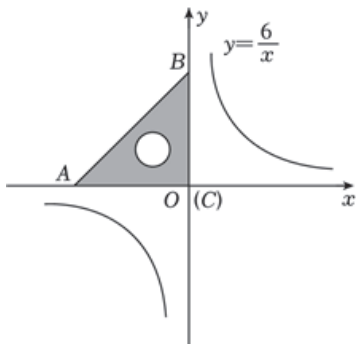


- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

13. (2024 山西中考) 机器狗是一种模拟真实犬只形态和部分行为的机器装置, 其最快移动速度 $v(\text{m/s})$ 是载重后总质量 $m(\text{kg})$ 的反比例函数. 已知一款机器狗载重后总质量 $m = 60 \text{ kg}$ 时, 它的最快移动速度 $v = 6 \text{ m/s}$; 当其载重后总质量 $m = 90 \text{ kg}$ 时, 它的最快移动速度 $v = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s .
14. (2024 包头中考) 若反比例函数 $y_1 = \frac{2}{x}$, $y_2 = -\frac{3}{x}$, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, 函数 y_1 的最大值是 a , 函数 y_2 的最大值是 b , 则 $a^b = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. (2024 齐齐哈尔中考) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过平行四边形 $ABCO$ 的顶点 A , OC 在 x 轴上, 若点 $B(-1, 3)$, $S_{\square ABCO} = 3$, 则实数 k 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



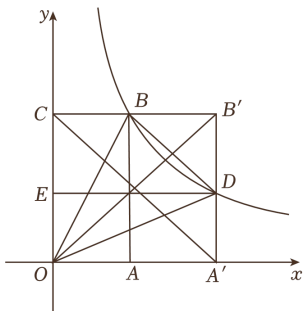
16. (2024 无锡中考) 在探究“反比例函数的图象与性质”时, 小明先将直角边长为 5 个单位长度的等腰直角三角板 ABC 摆放在平面直角坐标系中, 使其两条直角边 AC , BC 分别落在 x 轴负半轴、 y 轴正半轴上 (如图所示), 然后将三角板向右平移 a 个单位长度, 再向下平移 a 个单位长度后, 小明发现 A , B 两点恰好都落在函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. (2024 广东广州中考) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的顶点 B 在函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上, $A(1, 0)$, $C(0, 2)$. 将线段 AB 沿 x 轴正方向平移得线段 $A'B'$ (点 A 平移后的对应点为 A'), $A'B'$ 交函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 D , 过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E , 则下列结论:

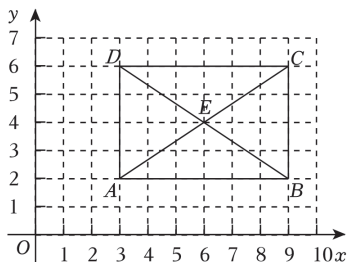
- ① $k = 2$;
 ② $\triangle OBD$ 的面积等于四边形 $ABDA'$ 的面积;
 ③ $A'E$ 的最小值是 $\sqrt{2}$;
 ④ $\angle B'BD = \angle BB'O$.

其中正确的结论有 _____. (填写所有正确结论的序号)



18. (2024 河南中考) 如图, 矩形 $ABCD$ 的四个顶点都在格点 (网格线的交点) 上, 对角线 AC , BD 相交于点 E , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 A .

- (1) 求这个反比例函数的表达式.
 (2) 请先描出这个反比例函数图象上不同于点 A 的三个格点, 再画出反比例函数的图象.
 (3) 将矩形 $ABCD$ 向左平移, 当点 E 落在这个反比例函数的图象上时, 平移的距离为 _____.



答案解析

函数

一、一次函数

1. A 2. B 3. A 4. A 5. A
6. C

7. $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$

8. $(\frac{10}{9}, \frac{8}{9})$

9. $\frac{3}{5}$

10. $\frac{15}{4}$

11. (1) 设 A、B 两种电动车的单价分别为 x 元、 y 元,

$$\text{由题意得, } \begin{cases} 25x + 80y = 305000 \\ 60x + 120y = 480000 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 1000 \\ y = 3500 \end{cases},$$

答: A、B 两种电动车的单价分别为 1000 元、3500 元.

(2) 设购买 A 种电动车 m 辆, 则购买 B 种电动车 $(200 - m)$ 辆,

$$m \leq \frac{1}{2}(200 - m),$$

$$\text{解得: } m \leq \frac{200}{3},$$

设所需购买总费用为 w 元,

$$\text{则 } w = 1000m + 3500(200 - m) = -2500m + 700000,$$

$$\because -2500 < 0,$$

$\therefore w$ 随着 m 的增大而减小,

$\therefore m$ 取正整数,

$\therefore m = 66$ 时, w 最少,

$$\therefore w_{\text{最少}} = 700000 - 2500 \times 66 = 535000 \text{ (元)},$$

答: 当购买 A 种电动车 66 辆时所需的总费用最少, 最少费用为 535000 元.

(3) ① \because 两种电动车的平均行驶速度均为 300 m/min, 小刘家到公司的距离为 8 km,

$$\therefore \text{所用时间 } \frac{8000}{300} = 26\frac{2}{3} \text{ (分钟)},$$

根据函数图象可得当 $x > 20$ 时, $y_2 < y_1$ 更省钱,

∴ 小刘选择 B 种电动车更省钱,

故答案为: B.

② 设 $y_1 = k_1x$,

将 (20, 8) 代入得,

$$8 = 20k_1,$$

$$\text{解得: } k_1 = \frac{2}{5},$$

$$\therefore y_1 = \frac{2}{5}x,$$

当 $0 < x \leq 10$ 时, $y_2 = 6$,

当 $x > 10$ 时, 设 $y_2 = k_2x + b_2$,

将 (10, 6)、(20, 8) 代入得,

$$\begin{cases} 6 = 10k_2 + b_2 \\ 8 = 20k_2 + b_2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2 = \frac{1}{5} \\ b_2 = 4 \end{cases},$$

$$\therefore y_2 = \frac{1}{5}x + 4,$$

依题意, 当 $0 < x < 10$ 时, $y_2 - y_1 = 4$,

$$\text{即 } 6 - \frac{2}{5}x = 4,$$

解得: $x = 5$,

当 $x > 10$ 时, $|y_2 - y_1| = 4$,

$$\text{即 } \left| \frac{1}{5}x + 4 - \frac{2}{5}x \right| = 4,$$

解得: $x = 0$ (舍去) 或 $x = 40$,

所以答案为: 5 或 40.

$$12. (1) \text{ 由题意得: } \begin{cases} 18a + 6b = 366 \\ 30a + 15b = 705 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 14 \\ b = 19 \end{cases},$$

$$\therefore a = 14, b = 19;$$

(2) 当 $50 \leq x \leq 80$ 时, $y = (22 - 14)x + (25 - 19)(150 - x) = 2x + 900$,

∵ $2 > 0$, ∴ y 随 x 的增大而增大,

∴ 当 $x = 80$ 时, y 取最大值, 为: $2 \times 80 + 900 = 1060$ (元),

当 $80 < x \leq 120$ 时, $y = (22 - 14) \times 80 + (22 - 14 - 5)(x - 80) + (25 - 19)(150 - x) = -3x + 1300$,

$\therefore -3 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

\therefore 当 $x = 80$ 时, y 有极大值, 为: $-3 \times 80 + 1300 = 1060$ (元),

综上所述: 当购进甲水果 80 千克, 乙水果 70 千克时, 利润最大, 为 1060 元.

13. (1) 它们在同一条直线上,

设 $y = kx + b$,

$$\text{则: } \begin{cases} 16.5k + b = 115.5 \\ 23.1k + b = 148.5 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 5 \\ b = 33 \end{cases},$$

所以这条直线所对应的函数解析式为 $y = 5x + 33$;

(2) 当 $y = 213$ mm 时, $213 = 5x + 33$,

解得: $x = 36$,

所以当凳面宽度为 213 mm 时, 以对称轴为基准向两边各取相同的长度是 36 mm.

14. (1) 当 $p = 100$ 时, 甲的报告成绩为: $y = \frac{80 \times 95}{100} = 76$ (分),

乙的探告成绩为: $y = \frac{20 \times (130 - 100)}{150 - 100} + 80 = 92$ (分);

(2) 设丙的原始成绩为 x_1 分, 则丁的原始成绩为 $(x_1 - 40)$ 分,

1) $0 \leq x_1 < p$ 时, $y_{\text{丙}} = 92 = \frac{80x_1}{p} \dots \textcircled{1}$,

$y_{\text{丁}} = 64 = \frac{80(x_1 - 40)}{p} \dots \textcircled{2}$,

由 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 得: $\frac{3200}{p} = 28$,

$\therefore p = \frac{800}{7}$,

$\therefore x_1 = \frac{92 \times \frac{800}{7}}{80} = \frac{920}{7} \approx 131 > p$, 故不成立, 舍;

2) $p \leq x_1 - 40 \leq 150$ 时, $y_{\text{丙}} = 92 = \frac{20(x_1 - p)}{150 - p} + 80 \dots \textcircled{3}$, $y_{\text{丁}} = 64 = \frac{20(x_1 - 40 - p)}{150 - p} + 80 \dots \textcircled{4}$,

由 $\textcircled{3} - \textcircled{4}$ 得: $28 = \frac{800}{150 - p}$,

$\therefore p = \frac{850}{7}$.

$$\therefore 92 = \frac{20(x_1 - \frac{850}{7})}{150 - \frac{850}{7}} + 80,$$

$$\therefore x_1 = \frac{970}{7},$$

$$\therefore x_1 - 40 = \frac{690}{7} < p = \frac{850}{7}, \text{ 故不成立, 舍;}$$

3) $0 \leq x_1 - 40 < p$, $p \leq x_1 \leq 150$ 时,

$$y_{\text{丙}} = 92 = \frac{20(x_1 - p)}{150 - p} + 80 \dots \textcircled{5},$$

$$y_{\text{丁}} = 64 = \frac{80(x_1 - 40)}{p} \dots \dots \textcircled{6},$$

联立⑤⑥解得: $p = 125$, $x_1 = 140$, 且符合题意,

综上所述 $p = 125$;

(3) ①共计 100 名员工, 且成绩已经排列好,

\therefore 中位数是第 50, 51 名员工成绩的平均数,

由表格得第 50, 51 名员工成绩都是 130 分,

\therefore 中位数为 130;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } p > 130 \text{ 时, 则 } 90 = \frac{80 \times 130}{p},$$

$$\text{解得 } p = \frac{1040}{9} < 130,$$

故不成立, 舍;

当 $p \leq 130$ 时,

$$\text{则 } 90 = \frac{20(130 - p)}{150 - p} + 80,$$

解得 $p = 110$, 符合题意,

\therefore 由表格得到原始成绩为 110 及 110 以上的人数为 $100 - (1 + 2 + 2) = 95$,

\therefore 合格率为: $\frac{95}{100} \times 100\% = 95\%$.

◆ 二、二次函数 (基础)

1. D

2. C

3. A

4. B

5. A

6. D

7. C

8. B

9. B

10. 2

11. $m \leq \frac{1}{8}$

12. 4

13. 450

14. 能

15. 46.4 m^2

16. (1) 由题意得,
$$\begin{cases} 10k + b = 20 \\ 15k + b = 15 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -1 \\ b = 30 \end{cases}.$$

故答案为: $-1; 30$.

(2) 由题意, 当 $1 \leq x \leq 20$ 时, 由 (1) 得 $y = -x + 30$,

$$\therefore M = (x + 10)(-x + 30) = -x^2 + 20x + 300.$$

当 $20 < x \leq 30$ 时, $M = 15(x + 10) = 15x + 150$.

$$\therefore M = \begin{cases} -x^2 + 20x + 300 (1 \leq x \leq 20) \\ 15x + 150 (20 < x \leq 30) \end{cases}.$$

(3) 由题意, 当 $1 \leq x \leq 20$ 时, $M = -x^2 + 20x + 300 = -(x - 10)^2 + 400$.

$\because -1 < 0$,

\therefore 当 $x = 10$ 时, M 取最大值为 400 .

\therefore 此时销售额不超过 500 元.

当 $20 < x \leq 30$ 时, 令 $M = 15x + 150 > 500$,

$$\therefore x > 23\frac{1}{3}.$$

\therefore 共有 7 天销售额超过 500 元.

17. (1) 设 y 关于 x 的函数表达式为 $y = ax^2 + bx + c$,

将 $(0, 40)$, $(10, 45)$, $(30, 49)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 40 = c \\ 45 = 100a + 10b + c, \\ 49 = 900a + 30b + c \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{100} \\ b = \frac{3}{5} \\ c = 40 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{5}x + 40;$$

(2) 根据函数解析式得函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{3}{5}}{-\frac{1}{100} \times 2} = 30$,

故太阳能板与水平地面的夹角为 30 度时, 日平均太阳辐射量最大;

$$(3) y = -\frac{1}{100}x^2 + \frac{3}{5}x + 40 = -\frac{1}{100}(x-30)^2 + 49,$$

延长 NF 与过点 A 作 $AH \perp GM$ 的线交于点 H , 令 $FH = a$,

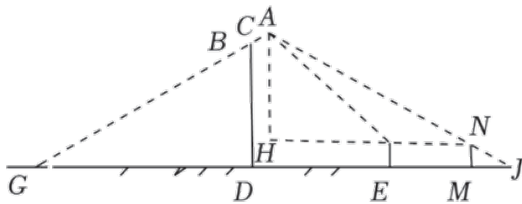


图3

$$\therefore AH = a, AN = 2AH = 2a,$$

$$\therefore HN = \sqrt{AN^2 - AH^2} = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore HN = HF + FN = 4 + a,$$

$$\therefore \sqrt{3}a = 4 + a,$$

$$\therefore a = 2\sqrt{3} + 2,$$

$$\therefore AN = 4\sqrt{3} + 4,$$

延长 AN 交 GM 与 J 点,

$$\therefore \angle AJG = \angle AGJ,$$

$$\therefore AJ = AG,$$

$$\therefore AJ = AN + \frac{NM}{\cos 60^\circ} = 4\sqrt{3} + 6,$$

$$\therefore AG = 4\sqrt{3} + 6,$$

$$\therefore GC = AG - CA = 4\sqrt{3} + 5,$$

$$\therefore CD = CG \sin 30^\circ = \frac{CG}{2} = \frac{5}{2} + 2\sqrt{3} \approx 2.5 + 2 \times 1.732 \approx 6.0.$$

18. 任务 1: 根据题意安排 70 名工人加工一批夏季服装,

\therefore 安排 x 名工人加工“雅”服装, y 名工人加工“风”服装,

\therefore 加工“正”服装的有 $(70 - x - y)$ 人,

\therefore “正”服装总件数和“风”服装相等,

$$\therefore (70 - x - y) \times 1 = 2y,$$

$$\text{整理得: } y = -\frac{1}{3}x + \frac{70}{3} \quad (x \geq 10);$$

任务 2: 根据题意得: “雅”服装每天获利为: $x[100 - 2(x - 10)]$,

$$\therefore w = 2y \times 24 + (70 - x - y) \times 48 + x[100 - 2(x - 10)],$$

$$\text{整理得: } w = (-16x + 1120) + (-32x + 2240) + (-2x^2 + 120x),$$

$$\therefore w = -2x^2 + 72x + 3360 \quad (x \geq 10),$$

任务 3: 由任务 2 得 $w = -2x^2 + 72x + 3360 = -2(x - 18)^2 + 4008$,

\therefore 当 $x = 18$ 时, 获得最大利润,

$$y = -\frac{1}{3} \times 18 + \frac{70}{3} = \frac{52}{3},$$

$$\therefore x \neq 18,$$

\therefore 开口向下,

\therefore 取 $x = 17$ 或 $x = 19$,

当 $x = 17$ 时, $y = \frac{53}{3}$, 不符合题意;

当 $x = 19$ 时, $y = \frac{51}{3} = 17$, 符合题意;

$$\therefore 70 - x - y = 34,$$

综上: 安排 19 名工人加工“雅”服装, 17 名工人加工“风”服装, 34 名工人加工“正”服装, 即可获得最大利润.

19. (1) 由题意, 水滑道 ACB 所在抛物线的顶点 $C\left(-3, \frac{7}{8}\right)$,

\therefore 可设抛物线为 $y = a(x + 3)^2 + \frac{7}{8}$.

又 $B(0, 2)$,

$$\therefore 2 = a(0 + 3)^2 + \frac{7}{8}.$$

$$\therefore a = \frac{1}{8}.$$

\therefore 抛物线为 $y = \frac{1}{8}(x + 3)^2 + \frac{7}{8}$.

故答案为: $y = \frac{1}{8}(x + 3)^2 + \frac{7}{8}$.

(2) ①由题意, \therefore 抛物线 BD 恰好与抛物线 ACB 关于点 B 成中心对称,

\therefore 抛物线 BD 的顶点与抛物线 ACB 的顶点 C 关于点 B 成中心对称.

$\therefore B$ 是它们的中点.

又 $C\left(-3, \frac{7}{8}\right)$, $B(0, 2)$,

\therefore 抛物线 BD 的顶点为 $\left(3, \frac{25}{8}\right)$.

\therefore 此人腾空后的最大高度为 $\frac{25}{8}$ 米.

又 \therefore 抛物线 BD 与抛物线 ACB 开口大小完全相同、开口方向完全相反,

\therefore 抛物线 BD 的解析式 $y = -\frac{1}{8}(x - 3)^2 + \frac{25}{8}$.

②由①得 $y = -\frac{1}{8}(x - 3)^2 + \frac{25}{8}$,

令 $y = 0$,

$$\therefore 0 = -\frac{1}{8}(x - 3)^2 + \frac{25}{8}.$$

$\therefore x = 8$ 或 $x = -2$ (舍去).

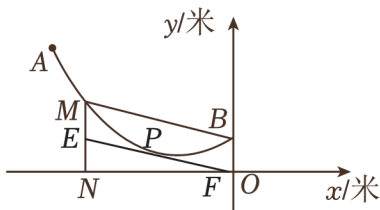
$\therefore OD = 8$ 米.

又 $OE = 12$ 米,

$$\therefore DE = 12 - 8 = 4 > 3.$$

\therefore 落点 D 在安全范围内.

(3) 由题意, 如图, EF 即为所求钢架.



$$\therefore ACB \text{ 所在抛物线 } y = \frac{1}{8}(x+3)^2 + \frac{7}{8},$$

$$\text{令 } y = 4,$$

$$\therefore 4 = \frac{1}{8}(x+3)^2 + \frac{7}{8}.$$

$$\therefore x = -8 \text{ 或 } x = 2 \text{ (舍去)}.$$

$$\therefore M(-8, 4).$$

$$\text{又 } B(0, 2),$$

$$\therefore \text{直线 } BM \text{ 为 } y = -\frac{1}{4}x + 2.$$

$$\therefore EF \parallel BM,$$

$$\therefore \text{可设 } EF \text{ 为 } y = -\frac{1}{4}x + m.$$

$$\text{联立方程组 } \begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + m \\ y = \frac{1}{8}(x+3)^2 + \frac{7}{8} \end{cases},$$

$$\therefore \frac{1}{8}(x+3)^2 + \frac{7}{8} = -\frac{1}{4}x + m.$$

$$\therefore x^2 + 8x - 8m + 16 = 0.$$

$$\therefore \Delta = 64 - 4(-8m + 16) = 0.$$

$$\therefore m = 0$$

$$\therefore \text{直线 } EF \text{ 为 } y = -\frac{1}{4}x, \text{ 过原点, 即 } F \text{ 与 } O \text{ 重合}.$$

$$\therefore M(-8, 4),$$

$$\therefore \text{令 } x = -8, \text{ 则 } y = -\frac{1}{4}x = -\frac{1}{4} \times (-8) = 2.$$

$$\therefore NE = 2 \text{ 米, } ON = 8 \text{ 米}.$$

$$\text{又 } \angle ENO = 90^\circ,$$

$$\therefore EF = EO = \sqrt{2^2 + 8^2} = 2\sqrt{17} \text{ (米)}.$$

答: 这条钢架的长度为 $2\sqrt{17}$ 米.

20. (1) 建立如图所示的平面直角坐标系,

$\because OP$ 所在直线是 AB 的垂直平分线, 且 $AB = 6$,

$$\therefore OA = OB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(3, 0)$,

$$\because OP = 9,$$

\therefore 点 P 的坐标为 $(0, 9)$,

\because 点 P 是抛物线的顶点,

\therefore 设抛物线的函数表达式为 $y = ax^2 + 9$,

\because 点 $B(3, 0)$ 在抛物线 $y = ax^2 + 9$ 上,

$$\therefore 9a + 9 = 0,$$

解得: $a = -1$.

\therefore 抛物线的函数表达式为 $y = -x^2 + 9 (-3 \leq x \leq 3)$;

(2) 点 D, E 在抛物线 $y = -x^2 + 9$ 上,

\therefore 设点 E 的坐标为 $(m, -m^2 + 9)$,

$\because DE \parallel AB$, 交 y 轴于点 F ,

$$\therefore DF = EF = m, \quad OF = -m^2 + 9,$$

$$\therefore DE = 2m.$$

\because 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $OA = OB$,

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

$$\therefore CF = OF - OC = -m^2 + 9 - 3 = -m^2 + 6,$$

根据题息, 得 $DE + CF = 6$,

$$\therefore -m^2 + 6 + 2m = 6,$$

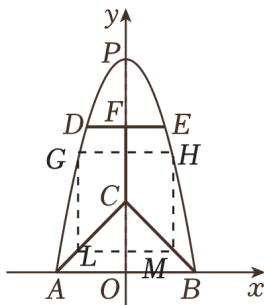
解得: $m_1 = 2, m = 0$ (不符合题意, 舍去),

$$\therefore m = 2.$$

$$\therefore DE = 2m = 4, \quad CF = -m^2 + 6 = 2$$

答: DE 的长为 4 米, CF 的长为 2 米;

(3) 如图矩形灯带为 $GHML$,



由点 A 、 B 、 C 的坐标得，直线 AC 和 BC 的表达式分别为： $y = x + 3$ ， $y = -x + 3$ ，
 设点 $G(m, -m^2 + 9)$ 、 $H(-m, -m^2 + 9)$ 、 $L(m, m + 3)$ 、 $M(-m, m + 3)$ ，
 则矩形周长 $= 2(GH + GL) = 2(-2m - m^2 + 9 - m - 3) = -2(m + 1.5)^2 + \frac{33}{2} \leq \frac{33}{2}$ ，
 故矩形周长的最大值为 $\frac{33}{2}$ 米。

三、反比例函数（基础）

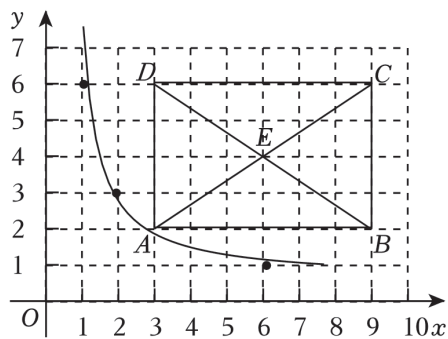
1. A
2. C
3. D
4. C
5. C
6. A
7. C
8. D
9. C
10. C
11. D
12. B
13. 4
14. $\frac{1}{2}$
15. -6
16. 2 或 3
17. ①②④
18. (1) \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 $A(3, 2)$ ，

$$\text{代入得 } 2 = \frac{k}{3}$$

$$\therefore k = 6,$$

$$\therefore \text{这个反比例函数的表达式为 } y = \frac{6}{x}.$$

(2) 如图，



(3) 由图知 $E(6,4)$, 令 $\frac{6}{x} = 4$ 得, $x = \frac{3}{2}$,

$$\therefore 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2},$$

\therefore 矩形 $ABCD$ 向左平移 $\frac{9}{2}$ 个单位时, 点 E 落在反比例函数图象上.